Uma imagem com Tipo de letra, logótipo, Gráficos, captura de ecrã

Descrição gerada automaticamente

Instituto Superior Técnico

[Analítica](https://fenix.tecnico.ulisboa.pt/disciplinas/ADRI36/2024-2025/2-semestre) de Dados para Redes Inteligentes

MEEC

4º Laboratório – Regressão sobre Previsão Autorregressiva

**Grupo: 13**

**Autores:**

Francisco Tavares (103402)

Marta Valente (103574)

[francisco.carreira.tavares@tecnico.ulisboa.pt](mailto:francisco.carreira.tavares@tecnico.ulisboa.pt)

[marta.valente@tecnico.ulisboa.pt](mailto:marta.valente@tecnico.ulisboa.pt)

2º Semestre – 3º Período – 2024/2025

## **Problema 4**

Neste relatório, abordamos a **Regressão Autorregressiva** em um cenário de rede de cinco barramentos (equivalente às redes anteriores), onde os dados disponíveis correspondem à injeção de potência () num barramento com geração eólica e também à corrente na linha 1–2 (). Nosso objetivo principal é prever o valor futuro dessa corrente, utilizando como base medições de potência eólica para as próximas horas. Diferentes modelos serão testados; entretanto, espera-se que os modelos autorregressivos mais robustos forneçam estimativas mais confiáveis de )​, pois incorporam a dinâmica temporal que são relevantes para capturar com maior precisão o comportamento do sistema.

1. **OLS**

O primeiro método que vamos explorar é a **Regressão Linear Simples (OLS)**, que relaciona à injeção de potência eólica . A equação geral é:

Para estimar e , resolvemos:

,

onde e .

A graph with lines and numbers

AI-generated content may be incorrect.Uma imagem com file, diagrama, texto, Gráfico

Os conteúdos gerados por IA poderão estar incorretos.

Figura 1: P1 injetada e Corrente I12 Figura 2: Dispersão e Reta de Regressão

Após o ajuste, calculamos os **resíduos** ε(t) e verificamos a sua evolução no tempo.

Uma imagem com texto, diagrama, file, Gráfico

Os conteúdos gerados por IA poderão estar incorretos.A graph with red lines and black dots

AI-generated content may be incorrect.

Figura 3: Resíduos Figura 4: Previsão OLS

Tal como é possível observar existe **autocorrelação** nos resíduos, violando a hipótese de independência em OLS. Isto mostra que o sistema apresenta dinâmica temporal que não pode ser desprezável. Podemos confirmar esse efeito calculando o **estatístico de Durbin–Watson (DW)**:

Como o valor obtido é de 0*.*229, há uma forte correlação positiva (isto é, entre e ). Para contornar esse problema, vamos explorar métodos que lidam com dependências temporais — como o **Cochrane–Orcutt**, que “remove” a autocorrelação dos resíduos, ou então modelos **AR** (Autorregressivos), que explicitamente incluem dependência em e em variáveis adicionais (como cargas) para melhorar a previsão.

1. **Cochrane-Orcutt (CO)**

O método Cochrane-Orcutt é uma técnica iterativa usada para corrigir a autocorrelação dos resíduos numa regressão linear. Baseia-se na estimativa do coeficiente de correlação ρ e na transformação das variáveis para remover a dependência temporal dos erros. Esse procedimento melhora a eficiência das estimativas dos coeficientes da regressão, tornando as previsões mais fiáveis.

Inicialmente, 𝜌 é estimado a partir da estatística de Durbin–Watson dos resíduos obtidos pela regressão OLS, fornecendo um valor inicial para a autocorrelação:

o que, com um valor de , permite inferir que .

A transformação consiste em definir as variáveis ajustadas:

Em seguida, regrediu-se sobre de forma a obter os coeficientes transformados e , sendo que o coeficiente original é recuperado por:

A graph of a number of people

AI-generated content may be incorrect.A graph with orange dots and blue line

AI-generated content may be incorrect.

Figura 5 - Corrente I12 Figura 6 - Dispersão e Reta de Regressão

A graph with orange dots and blue stars

AI-generated content may be incorrect.

Figura 7 – Resíduos

Após três iterações do procedimento, os resíduos transformados apresentaram uma autocorrelação substancialmente reduzida. Nos gráficos comparativos, a reta de regressão ajustada pelo método CO aproximou-se muito mais dos dados observados, e as previsões para o período de teste mostraram uma melhoria significativa em relação ao modelo OLS.

1. **Autoregressão (AR)**

A autorregressão modela uma variável dependente em função dos seus próprios valores passados, capturando a estrutura temporal do processo. O modelo é expresso como uma combinação linear das observações anteriores mais um termo de erro aleatório.

Neste caso, a matriz de regressores incluiu uma coluna de 1’s, os valores atuais de P₁ e os valores de I₁₂ defasados em uma unidade de tempo. A estimação dos coeficientes resultou em , e .

A graph of different colored lines

AI-generated content may be incorrect.A graph with red and green lines

AI-generated content may be incorrect.

Figura 8 – Previsão Figura 9 – Resíduos

As previsões geradas com este modelo para o período de teste demonstraram uma melhoria clara, uma vez que a inclusão de capturou a dependência temporal inerente à série. No entanto, a análise dos resíduos indicou que parte da variabilidade não foi explicada, sugerindo que outros fatores poderiam estar a influenciar o comportamento de .

1. **Autoregressão (AR) + Soma das Cargas das Potências Injetadas**

Este método estende a autorregressão ao incluir a soma das cargas como variável explicativa adicional. Permite captar melhor a dinâmica do sistema elétrico ao considerar a influência conjunta das cargas sobre a variável de interesse.

A equação utilizada passou a ser:

Nesta abordagem, além do termo constante, foram utilizados os valores atuais de , os valores defasados de e a soma das cargas (obtida através da soma dos valores reais de potência injetada nos barramentos de carga). A estimação dos coeficientes resultou em , , e . A inclusão deste novo termo permitiu que o modelo captasse efeitos dinâmicos adicionais, o que se traduziu numa redução dos erros de previsão.

A graph with different colored dots and numbers

AI-generated content may be incorrect.A graph of different colored lines

AI-generated content may be incorrect.

Figura 10 – Resíduos Figura 11 - Previsão

A graph with lines and numbers

AI-generated content may be incorrect.

Figura 12

De facto, a análise dos erros quadráticos médios (MSE) revelou uma diminuição expressiva – com melhorias de aproximadamente 99.93% em relação ao modelo OLS e cerca de 99.91% quando comparado ao modelo AR – evidenciando a superioridade do modelo AR+Soma na previsão de .

## **Desafios Extra**

1. **Prais–Winsten (PW)**

Para este desafio tínhamos como objetivo aplicar um método alternativo para corrigir a autocorrelação dos resíduos em um modelo de regressão utilizado para prever a corrente a partir da injeção de potência eólica . Explorámos o método Prais–Winsten (PW), que, ao contrário do método Cochrane–Orcutt (CO), preserva a primeira observação por meio de uma transformação especial. O objetivo é comparar as previsões obtidas com OLS, CO e PW, avaliando a melhoria preditiva (por exemplo, em termos de erro quadrático médio, MSE) e analisar a evolução da autocorrelação dos resíduos.

Na *Figura 13*, observa-se a comparação das previsões de pelos três métodos (OLS, CO e PW), juntamente com os valores medidos. Já a *Figura 14*ilustra o comportamento dos resíduos para cada método, destacando a persistência de padrões temporais em diferentes graus.

Uma imagem com diagrama, file, texto, Gráfico

Os conteúdos gerados por IA poderão estar incorretos.Uma imagem com texto, diagrama, file, Gráfico

Os conteúdos gerados por IA poderão estar incorretos.

Figura 13 – Comparação das previsões de I\_12(t) e valores medidos. Figura 14 – Comparação dos resíduos (OLS, CO e PW).

O método PW transforma os dados de forma a reduzir a autocorrelação de primeira ordem dos resíduos. Para a primeira observação , os valores são multiplicados pelo fator para as observações seguintes , aplica-se a transformação:

Esta abordagem preserva a totalidade dos dados, o que é especialmente vantajoso em amostras pequenas, como no nosso caso, pois não descarta a primeira observação. Em contraste, o método CO transforma os dados apenas para e, geralmente, descarta a primeira observação. Embora isso possa ser eficaz em amostras grandes, a perda de informação pode ser problemática em conjuntos de dados pequenos, como o nosso.

Os parâmetros estimados pelo método PW foram e , em contraste com os valores obtidos via OLS ( e ) e Cochrane–Orcutt (e ). A previsão da corrente ​ utilizando PW obteve um **MSE de aproximadamente 0.0309**, representando uma redução de cerca de 65% em relação ao modelo OLS () e uma melhoria drástica (quase 95%) comparada ao método CO ().

Uma imagem com texto, captura de ecrã, diagrama, Gráfico

Os conteúdos gerados por IA poderão estar incorretos.

Figura 15 – Estatísticas de Durbin–Watson para cada método (valor ideal = 2,0).

Esse resultado pode ser visualizado na *Figura 15*, que compara os valores de MSE.

Apesar da melhoria preditiva, a estatística de Durbin–Watson final para PW **permaneceu baixa** (), indicando que os resíduos continuam a apresentar **forte autocorrelação**. Isso sugere que, mesmo com a transformação PW, o fator permanece elevado (próximo de 1), refletindo a natureza dos dados e o fato de que o método, embora melhore a previsão, **não elimina totalmente** a dependência temporal. Este resultado pode ser visualizado na *Figura 16*, onde se observa a **Estatística de Durbin–Watson** para cada método

Uma imagem com texto, captura de ecrã, diagrama, Gráfico

Os conteúdos gerados por IA poderão estar incorretos.

Figura 16 - Comparação do MSE para cada método.

Os resultados demonstram que o método PW melhora significativamente a previsão da corrente em termos de MSE. Contudo, a persistente autocorrelação dos resíduos pode indicar que, para uma análise estatística mais robusta dos erros, seriam necessários modelos mais sofisticados (por exemplo, ARIMA ou modelos ARX de ordem superior). Assim, há um trade-off entre a qualidade preditiva e o ajuste estatístico ideal.

1. **…**
   1. **…**

…

* 1. **…**

…

* 1. **…**

…

1. **…**